# Part I
# Temel Sözcükler

DV: Bağımlı değişken (dependent variable)
IV: Bağımsız değişken (independent variable)
SMC: çoklu korelasyonların karesi (squared multiple correlations). Her bir bağımlı değişken için bir SMC değeri vardır. Bağımlı değişkeni al, diğer bütün değişkenleri bağımsız değişken kabul et. Aralarındaki korelasyonu bul.
R: Korelasyon matrisi
PCA: Ana komponent analizi (principal component analysis)
FA: Faktör analizi (factor analysis)
Kısmi korelasyon matrisi: partial correlation matrix
Yapı matrisi: structure matrix
Örüntü: pattern, kalıp
Ortaklık: communality
Dönüştürme: transformation
Likert ölçeği: Likert scale
Likert maddesi: Likert item

# Part II
# Güvenilirlik Analizi

## 1 Güvenilirlik Analizi (Reliability Analysis)

Kaynak: `http://www.statsoft.com/textbook/streliab.html`
Not: Sosyal bilimlerdeki güvenilirlik, endüstriyel istatistikte veya biyomedikal araştırmalardakinden farklı bir anlama gelir.

### 1.1 Güvenilirlik Kavramı

Çoğu araştırma alanında değişkenlerin doğru ölçümü, başlı başına bir sorundur. Tüm bilimsel teoriler, altta yatan verilerin doğru ölçüldüğü varsayımına dayanır. Güvenilirlik analizi, güvenilir ölçekler oluşturmak ve mevcutları iyileştirmek için kullanılır.
Ölçek güvenilirliğinin değerlendirilmesinin temelinde, bireysel maddelerin ölçümlerinin, bu maddelerin varyanslarıyla olan korelasyonu yatar.

## 1.2 Temel Fikirler

Diyelim ki, insanların yabancı arabalara karşı önyargılarını ölçmeye yönelik bir anket tasarlıyoruz. Şu tip maddeler oluşturabiliriz: "Yabancı arabalar, kişilikten yoksundur", "Yabancı arabalar hep birbirine benzer" ... Daha sonra bu anketi mesela hiç yabancı arabası olmayan insanlardan oluşan bir örnekleme uygularız. Deneklere, her bir cümleye ne kadar katıldıklarını 9-dereceli bir ölçekle sorarız, 1=katılmıyorum ve 9=katılıyorum.
*Gerçek puanlar ve hata*: Bu örnekte doğru ölçümden ne anladığımıza bakalım. Varsayıyoruz ki, "yabancı arabalara karşı önyargı" gibi bir şey vardır ve her bir madde bu kavramın ölçülmesine aittir. Dolayısıyla bir deneğin belirli bir maddeye yanıtı iki yöne sahiptir: Birincisi, yanıt yabancı arabalara önyargıyı yansıtır. İkincisi, ilgili sorunun gizemli yönünü bir nebze yansıtır. Örneğin, "yabancı arabalar hep birbirine benzer" maddesini ele alalım. Deneğin bu cümleyi onaylayışı veya onaylamayışı, kısmen kendisine ait genel önyargılara bağlı olacak, kısmense sorunun belirli yönlerine ait olacaktır. Örneğin, deneğin yakın bir arkadaşı daha yeni çok farklı görünen bir yabancı araba almış olabilir.

## 1.3 Klasik Test Modeli

Özet olarak her bir ölçüm (maddeye verilen yanıt), bir derece amaçlanan kavrama ait bir puandır, bir derece ise tamamen rastlantısal (gizemli) bir hata payıdır. Bunu denklemle ifade edebiliriz:

$$X = \tau + \text{hata}$$

$\tau$ tau diye okunur. Bu denklemde, X gerçek ölçümü belirtir. $\tau$ amaçlanan kavrama ait *doğru puandır*. hata ise, ölçümdeki hata payını belirtir.

## 1.4 Güvenilirlik

Bu çerçevede, güvenilirliğin tanımı açıktır. Bir ölçüm, hataya payına göre büyük oranda doğru puandan oluşuyorsa, o ölçüm güvenilirdir.
Bu tanıma uygun bir istatistiğe *güvenilirlik derecesi* denir. Bu derece doğru puanın varyansının, toplam gözlemlenmiş varyansa oranıdır. Denklem olarak:

$$\text{Güvenilirlik} = \frac{\sigma^2_{(\text{doğru puan})}}{\sigma^2_{(}\text{toplam gözlem})}$$

## 1.5 Toplam Ölçekleri (Sum Scales)

Çok sayıda kimi az kimi çok güvenilir maddeyi toparlayarak, yabancı arabalara karşı önyargıları ölçmeye yönelik bir ölçek geliştirirsek ne olur? Eğer deneklerin her bir soruya yanıtlarındaki hata payı gerçekten rastlantısal ise, farklı soruların toplamında hataların birbirini iptal edecekleri varsayılabilir. Yani hataların ortalaması sıfır olacaktır. Bu yüzden ne kadar çok madde eklenirse, doğru puan,

o kadar iyi yansıtılır toplam ölçekte. Toplam ölçeğin güvenilirliğini tahmin eden çeşitli istatistikler vardır: Cronbach Alpha, İki Yarıya Bölme Güvenilirliği (Split-Half Reliability).

## 1.6 Cronbach Alpha

Sorularımıza yanıt veren çok sayıda denek varsa, her bir maddenin varyansını ve toplam ölçeğin varyansını hesaplayabiliriz. Toplam ölçeğin varyansı, madde varyanslarının toplamından küçük olacaktır, eğer maddeler aynı değişkenliği(variability), yani aynı doğru puanı ölçüyorlarsa. İki maddenin toplamının varyansı, iki varyansın toplamlarından kovaryansı çıkartmaya eşittir. Kovaryans, doğru puanın varyansına ait her iki maddede de ortak olan kısımdır.

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} s_i^2}{s_{\text{sum}}^2}\right]$$

Bu en çok kullanılan güvenilirlik derecesi, Cronbach alpha katsayısının formülüdür. $s_i^2$ n bireysel maddenin varyanslarıdır. $s_{\text{sum}}^2$ maddelerin toplamının varyansıdır. Eğer maddelerde doğru puan yok, sadece hata varsa, bu durumda toplamın varyansı, tek tek maddelerin varyanslarının toplamına eşit olacaktır. Dolayısıyla $\alpha$ katsayısı sıfır olacaktır. Eğer maddeler tam güvenilirse, bu durumda $\alpha$ 1 olur. Dolayısıyla $1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} s_i^2}{s_{\text{sum}}^2}$ 1'e yakın bir değer olacaktır. Dolayısıyla tek tek varyansların toplamı, toplamın varyansından çok daha düşük olacaktır. Yani her soru kendi içinde düşük varyansa sahip olacaktır. Fakat sorulara verilen yanıtların ortalaması birbirlerinden farklı olacaktır.
*Alternatif Terim*: Cronbach alfa değeri, iki yanıtlı maddelerde Kuder-Richardson-20 formülüyle aynı olacaktır. Her iki güvenilirlik derecesi de, toplam ölçeklerin tüm maddelerinin tutarlılığıyla ilişkili olduğundan bu şekilde hesaplanan güvenilirlik katsayılarına iç tutarlılık güvenilirliği (internal consistency reliability) de denir.

## 1.7 İki Yarıya Bölme Güvenilirliği (Split-Half Reliability)

Toplam ölçeğin güvenilirliğini ölçmeye yönelik alternatif bir yöntem, iki yarıya bölmedir. Eğer toplam ölçek tam güvenilirse, ölçeğin iki yarım parçası birbiriyle tam korelasyona sahip olmalıdır. Bu güvenilirliği tahmin etmek için, Spearman-Brown iki yarım (split half) katsayısı kullanılır:

$$r_{sb} = \frac{2r_{xy}}{1 + r_{xy}}$$

$r_{sb}$, Spearman-Brown güvenilirlik derecesi, $r_{xy}$ iki yarımın arasındaki korelasyondur.

## 1.8 Güç İndirimi için Düzeltme (Correction for Attenuation)

Tam olmayan güvenilirliğin sonucunda ne yapmak gerekiyor? Diyelim ki, yabancı araçlara karşı önyargı ölçeğini, bir kriterin tahmin edilmesinde kullanacağız. Kriter, bir arabanın satın alınması olsun. Eğer ölçek bu kriterle ilişkiliyse (correlated), bu ölçeğe olan geçerliliğine (validity) olan güvenimiz artar. Bu durumda ölçek, gerçekten yabancı arabalara karşı önyargıları ölçmektedir. Gerçek test tasarımında, bir ölçeğin geçerlemesi (validation)uzun bir süreçtir. Bu süreçte araştırmacının, ölçeği çeşitli dış kriterlerle ilişkilendirmesi gerekir. Bu dış kriterlerin de ölçekle ölçülen kavramla ilişkili olması gerekir.
Eğer ölçeğin güvenilirliği %60 ise (yani doğru puanın ölçekteki oranı %60'tır), o zaman ölçekle kriter değişkeni arasındaki korelasyonun (ilişki) gücü azaltılmıştır (attenuated). Yani doğru puanların gerçek korelasyonundan daha düşüktür. Ölçeğin geçerliliği, her zaman güvenilirliğiyle sınırlandırılmıştır.

## 1.9 Güvenilirlik Kavramı

Güvenilirlik bir ölçeğin kendi iç tutarlılığıyla ilişkilidir. Güvenilirlik geçerliliği gerektirmez. Yani bir ölçek güvenilir ve tutarlı bir şekilde bir şeyi ölçüyordur, ama bu durum, ölçtüğü şeyin gerçekten ölçmesi gereken şey olduğu anlamına gelmez.
Güvenilirliği artırmanın çeşitli yolları vardır: anketteki ifadeleri netleştirmek, ölçeği büyütmek ... Ancak formal olarak en etkili yol, madde analizidir. Madde analizi, anketteki soruları zorluk ve ayırt ediciliklerine göre değerlendirir.

# Part III
# Geçerlilik (Validity)

Geçerlilik, ölçeğin amaçlanan soruyu ölçtüğünü ispatlamadır. Bunun bir yolu, içerik geçerliliği adı verilen yöntemdir. Bu yöntemde, ölçekle ilgili uzman görüşüne başvurulur.
Daha biçimsel bir yöntem yapı geçerliliğidir. Yapı geçerliliği, sonuçları ve sonuçların ne ile bağlantılı olduğunu açıklar.

## 1.10 Cronbach: Psikolojik Testlerde Yapı Geçerliliği

Bu kısım, Cronbach'ın 1955 yılındaki "Construct Validity in Psychological Tests" makalesine ait notlardır. `http://psychclassics.yorku.ca/Cronbach/construct.htm`
Kriter odaklı bir araştırma tanıdıktır. Araştırmacı, tahmin etmek istediği bir kriter belirler. Bir test ile bu kriterin tahmin etmeyi tasarlar. İkisi arasında bir korelasyon hesaplar. Eğer kriter, testten sonra elde ediliyorsa, buna tahminsel

geçerlilik (predictive validity) denir. Eğer kriter, test ile aynı anda yapılıyorsa eş zamanlı geçerlilik (concurrent validity) denir. Eş zamanlı geçerlilik, bir testin başka bir testin yerine kullanılması önerildiğinde uygulanır (mesela çoktan seçmeli bir telafuz testi, dikte etme puanını tahmin etmede kullanılabilir).
İçerik geçerliliği (content validity) test maddelerinin, araştırmacının ilgilendiği uzayın örnekleri olduğunu göstermekle yapılır. İçerik geçerliliği tümdengelimle çıkartılır. Halil Tekin, içerik yerine kapsam, tahminsel yerine yordama terimlerini kullanıyor.
Yapı geçerliliği (construct validity) operasyonel olarak tanımlanmamış bir niteliğin ölçümü olarak yorumlanan bir testi içerir. Araştırmacı şu sorunla yüzleşir: "Hangi yapılar test performansındaki varyanstan sorumludur?"
Kriter odaklı geçerlilik, ölçülen şeyin tanımı olarak bir işlem kümesinin kabulünü içerir. Araştırmacı, hiçbir kriterin tam geçerli olmadığını düşünürse, yapı geçerliliğinden başka bir yolu kalmaz. İçerik geçerliliğinde, değişkenin tanımlanmasında içerik evreninin kabulü nihai kuraldır. Yapı geçerliliği, herhangi bir kriterin veya içerik evrenenini, ölçülen niteliği tanımlamakta tam yeterli kabul edilmediği durumlarda araştırılmalıdır. Psikolojik yapıların test performansındaki paylarını belirlemek bütün testlerde arzulanır.
Hangi kriteri vurguladığına bakarak, dört tip geçerliliği ayırt edebiliriz: Tahminsel veya eşzamanlı geçerlilikte, testçi kriter davranışıyla ilgilenir, fakat testte uygulanan davranışın tipiyle ilgilenmez. (Bir işveren, işçinin blokları manipüle etmesiyle ilgilenmez, ama blok testinin puanıyla ilgilenir.) İçerik geçerliliği, testçi test performansındaki davranış tipiyle ilgilendiğinde, uygulanır. Eğer test iş örneğiyse, davranış testin kendi içinde amacıdır zaten. Yapı geçerliliğinde, testçi ilgilendiği nitelikle ilgili kesin kriter tanımına sahip değildir. Dolayısıyla dolaylı ölçüler kullanır. Burada testin altında yatan nitelik merkezi öneme sahiptir, ne test puanı ne de test davranışı önemlidir.
Yapı geçerliliği, bazen bütün psikolojik test tiplerinde önemlidir: uygunluk, başarı, ilgi...
Zeka testleri alanında, geçerliliği, test puanıyla bir dış kriter arasındaki korelasyon olarak tanımlamak yaygındır. Ancak geldiğimiz seviyede, test kriteri korelasyonu çok yetersiz kalıyor. Hatta gereksiz bile.
Yapı geçerliliği şu tip sorulara yanıt arar: Bu test ne kadar kültürden bağımsızdır? Bu veriyi yorumlamanın testi, okuma becerisini mi ölçer, nicel mantık becerisini ölçer? Bu testten A alan biri, B alan birinden ne yönlerden farklıdır?
*Yapı geçerlilik prosedürünün örneği*: Varsayalım ki X Y ile .5 ilişkili olsun. Y: öğrencinin Psikoloji I dersinden kaldığını söylediğimiz andaki avuç içi terleme miktarı olsun. X'in Y için tahminsel geçerliliği, uygun bir şekilde katsayı tarafından tarif edilir. Biri eğer sorsaydı ki "Bu korelasyonu başka türlü yorumlama yolu yok mudur?" veya "Yorumunu destekleyen başka ne gibi kanıtların var?", ne dediğini anlamayacaktık, çünkü zaten hemen hemen ortada hiç yorum yok. Bu sorular anlamlı olurdu, eğer korelasyon "X testi korku eğilimini ölçer" kanıtı kadar ileri seviyede olsaydı. Alternatif yorumlar mümkün: örneğin test akademik isteği ölçüyor olabilir. Bu durumda başka tip kanıtlar aramak yerinde olur.

# 2 Geçerlilik Notları 2

Bu bölümdeki notları Debra Kelley'in `http://www.longwood.edu/staff/kelleyds/Socl345/validity/validity.ppt` adresindeki sunumundan derledim.
Geçerlilik, bir ölçümün doğruluğuyla ilgilidir. Eğer ölçü, ölçmesi gereken şeyi ölçüyorsa, geçerlidir. Geçerlilik bir derece meselesidir, yoksa tam geçerli veya tam geçersiz denilemez. Geçerlilik yaklaşımları: içerik, görünüş (face), tahminsel, eşzamanlı, yapı.

**İçerik** Konu uzmanlarının değerlendirmelerileri alınır. Uzmanlar, ölçünün içeriğinin uygunluğuna karar verir. En çok kullanılan geçerlilik yaklaşımlarından biridir.

**Kriterle İlişkili Geçerlilik** İki temel tipi vardır: tahminsel, eşzamanlı. Her iki geçerlilik yaklaşımında da, bir kriterle puanları karşılaştırmak yoluyla geçerleme yapılır.
*Kriter nedir?* Ölçünün değerlendirildiği standarttır.

**Yüzleşme (Face)** Görünüş geçerliliği, test deneklerinin testin neyi ölçtüğüyle ilgili değerlendirmesidir. Test denekleri, testi ne kadar uygun buluyor? Testin önemli olduğunu düşünüyorlar mı? Eğer test denekleri testin yüzleşme geçerliliği olduğunu düşünürlerse, daha dikkatli bir çabayla testi tamamlarlar. Aksi taktirde testi aceleyle bitirmek isterler.

## 2.1 Tahminsel Geçerlilik

Test puanlarıyla, kriter puanları arasında korelasyon kurmakla belirlenir. Kriter puanları, testten sonra elde edilir.

**Kriter nedir?** Testin tahmin etmesi gereken şeye ait ölçüdür. Örneğin bir işe alım testini ele alalım. Bu testin amacı kişinin işteki başarısını tahmin etmektir. Testin geçerliliğinin en uygun tespit yolu tahminsel geçerliliğidir, yani test ne kadar başarılı bir şekilde tahmin etmesi gereken şeyi tahmin ediyor.

**Örnek** Bunu nasıl yaparız? Testi bir pozisyona başvuran adaylara veririz. İşe alınanların, test puanlarıyla bölüm yöneticilerinin 6 ay sonra verdikleri puanları karşılaştırırız. Bölüm yöneticilerinin puanları kriterdir. Eğer çalışanların testteki puanları, bölüm yöneticilerinin değerlendirmeleriyle uyumluysa, tahminsel geçerlilik sağlanmış demektir.

## 2.2 Eşzamanlı Geçerlilik

Kriter puanıyla aynı zamanda toplanan test puanlarını ilişkilendirir. Bir ölçünün, kişinin mevcut halindeki kriter değerini gösterebilme becerisidir.

**Kriter nedir?** Testin ölçmek için tasarlandığı özelliğin bağımsız bir ölçüsüdür. Kriter, testin uygulanışıyla aynı anda ölçülür.

## 2.3 Örnek: Okuma Başarısı Testi

Okuma başarısına yönelik çoktan seçmeli bir test, öğretmenlerin öğrencilerin okuma becerilerine verdikleri puanlarla karşılaştırılarak geçerlemesi yapılır. Bu durumda öğretmenlerin verdikleri puanlar kriterdir.

**Diğer Örnekler** Siyasi muhafazakarlık ölçüsünü geçerlemek için, belirtilen oy davranışıyla ilişkilendirme yapılır. Oy davranışı, kriter, siyasi muhafazakarlık ölçüsü testin puanıdır. Hirschi, görev ihmal ölçüsünü geçerlemek için, yanıtlayanların polis kayıtlarındaki yanıtlarıyla karşılaştırma yapmıştır. Görev ihmal ölçüsü testin ölçtüğü puan, polis kayıtlarındaki yanıtlar kriterdir.

## 2.4 Yapı Geçerliliği

Test puanlarıyla, başka bir değişkenin puanları arasındaki ilişki varsayımına dayanır. Bu varsayımının testi, yapı geçerliliğidir.

**Yapı Nedir?** Yapı, birbiriyle anlamlı bir şekilde ilişkili davranışların kümesidir. Depresyon, uyuşukluk, iştah kaybı, konsantrasyon güçlüğü gibi davranışlarla kendini gösteren bir kişilik özelliğini belirten bir yapıdır. Bu davranışlar, depresyonun göstergeleridir. Yapının kendisinin, göstergeleri dışında fiziksel bir varlığı yoktur. Dolayısıyla yapının varlığını, ilişkili göstergeleri gözlemleyerek çıkarsayabiliriz. Kümeye vurgu çok önemlidir, çünkü tek bir işaret çok sayıda, farklı yapılarla ilişkili olabilir.

**Örnek** İştah kaybı, depresyonun bir işaretidir. Ama iştah kaybı aynı zamanda, korkunun, gerginliğin veya aşk duygusunun da işaretleridir. Dolayısıyla iştah kaybı ancak depresyonun diğer göstergeleriyle birlikte bulunduğunda, depresyonun varlığını işaret eder.

**Yapı Geçerliliği Nasıl Belirlenir?** Ölçülen yapının başka değişkenlerle nasıl ilişkili olduğuna dair bir varsayımda bulunarak işe başlayın.

**Örnek** Depresyondaki öğrencilerin, daha düşük notlar alacağını ve okuldan atılma oranının, normal öğrencilerden daha yüksek olacağını varsayalım. Örneklemdeki öğrenciler üzerinde varsayımı test edelim. Diyelim ki, depresyon ölçüsüyle okul başarı puanları arasında bir ilişki bulamadık. Bu ne anlama gelir?

- Ya ölçü depresyonu ölçme geçerliliğinden yoksundur. Yani okul başarısıyla ilgili olmayan bir şeyi ölçüyordur.

- Ya da varsayım yanlıştır
- Eğer varsayıma olan inancımızı sürdürüyorsak, gözlemsel bulguların ölçünün geçerliliğini reddettiği sonucuna varmamız gerekir.

Bir de tersi durumu ele alalım. Diyelim ki, depresyon ölçüsüyle okul başarısından elde edilen puanların arasında bir ilişki bulduk. Bu ne anlama gelir?

- Ya depresyon ölçüsü, depresyonu ölçmede belirli bir dereceye kadar geçerlidir.
- Depresyon ölçüsü, başka bir değişkeni ölçüyordur. Fakat bu değişkenin kendisi okul başarısıyla ilişkilidir.
- Bu "diğer" değişken pek çok şey olabilir. Örneğin: Belki ölçü, depresyonun işaretlerini büyük oranda taşıyordur, ancak bu işaretler aynı zamanda endişenin de işaretleridir öyle ki ölçü aslında depresyondan çok endişeyi ölçüyordur.

## 2.5 Ölçü Güvenilirliği Nedir?

Güvenilirliğin konusu, göstergenin bir şeyi tutarlı bir şekilde ölçebilme özelliğidir. Aynı ölçünün benzer koşullar altında tekrar uygulanması tutarlı sonuçlar üretiyor mu?
Güvenilirlik yaklaşımları:

- Yeniden test etmek
- iç tutarlılık (interitem)
- farklı biçimler
- gözlemciler arası (interobserver)

**Yeniden Test (Test-retest)** Aynı ölçüyü aynı kişilere, belirli bir süre geçtikten sonra yeniden uygularsın. Her iki testin sonuçları yüksek ilişkiye sahip olmalıdır. Ancak testler arası süre çok kısa olursa, denekler daha önceki yanıtlarını hatırlayıp, kısayoldan bunları işaretleyebilir. Eğer testler arası süre çok uzun olursa, davranıştaki değişikliklerden dolayı farklı sonuçlar çıkabilir.

**İç Tutarlılık** Çok sayıda maddeyle (soru) bir kavramın ölçülmesi durumunda uygundur. Mesele bu maddelerin bütün olası kombinasyonlarını karşılaştırarak aynı kavramın ölçüler kümesinin güvenilirliğini değerlendirmektir. Bu değerlendirme için bir istatistik kullanılır (Cronbach alpha gibi). Bu istatistik, maddeler kümesindeki maddelerin arasındaki korelasyonun ortalamasıdır.

**Alternatif Biçimler** Deneklerin yanıtlarını, belirli bir anket sorusundaki değişkenlikle karşılaştırın. Sorulardaki değişkenlik birbirine çok yakın olmalı. İki yanıt kümesi birbirine yakın olmalı. İki yarım güvenilirliği buna benzer bir güvenilirlik yaklaşımıdır.

**Gözlemciler Arası** Belirli bir ölçüyü kullanan, iki veya daha fazla gözlemci aynı olaya ilişkin benzer değerlendirmeler belirtmelidir. Eğer böyleyse gözlemciler arası güvenilirlik destekleniyordur.

# 3 Geçerlilik Notları 3

Bu bölümdeki notları Tom Harrigan'ın notlarından `http://xnet.rrc.mb.ca/tomh/validity_i.htm` adresindeki notlarından derledim.

**Geçerleme Stratejileri** Bazı testler somut özellikleri ölçer. Bir topu kaleye atma becerisi bu türdendir. Bu tip somut özellikleri test etmeye yönelik davranışlar konusunda insanların uzlaşması kolaydır
Başka testlerse soyut özellikleri ölçer. Kişilik, zeka, endişe gibi özellikler bu türdendir. Bu özellikleri tarif etmek çok daha zordur, çünkü insanlar bu özelliklerin hangi davranışlarla temsil edildiği konusunda aynı fikirde değildirler. Endişeyi nasıl tarif edersiniz?
Dolayısıyla testin tipine göre, hangi geçerlilik yaklaşımının uygulanacağı değişir. Bu yüzden geçerlilik yaklaşımlarının türlerini, anlamlarını ve ne zaman kullanılacaklarını iyi anlamak gerekir.

- Başarı testlerinde içerik geçerliliğini göstermek önemli ve görece kolaydır. Ancak soyut bir şey için (kişilik gibi) içerik geçerliliği çok daha zordur, ama daha az önemli olması şart değil.
- Kriter geçerliliği, çıktı tahmin etmeyi hedefleyen testlerde kullanılır.
- Yapı geçerliliği, soyut kavramları ölçen testlere uygundur.

## 3.1 İçerik Geçerliliği

En kolay geçerleme yollarından biridir. Test sorularının, ölçmeyi çalıştığı özelliği ne kadar iyi yansıttığını gösterir. İçerik geçerliliği, test sorularına odaklanır. Diğer test türleriyse, test puanlarının başka performans ölçüleriyle ilişkisiyle ilgilenir. Dolayısıyla içerik geçerliliği istatistiksel bir analiz gerektirmez.
İçerik geçerliliğine dair deliller nasıl toplanır?

- Sistematik bir şekilde test evreni tanımlamakla. Test evreni veya içerik alanı, ölçülen özellikle ilgili bütün olası davranışların kümesidir. Bu aşamanın ardından her bir test maddesinin, test evreninde nereye geldiği belirlenir. Daha sonra testin yapısıyla, test evrenindeki yapı karşılaştırılır.
  - Bu yöntem tek başına bir testin geçerlemesine yeterli değildir.
  - Testi kullanacak kişiler, testi geliştiren kişinin testle ilgili içerik geçerlemesi yapılmıştır sözüyle yetinmemeli. Yayınlayıcılar test kılavuzunda testin içerik geçerliliğini göstererek ispatlamalı.

  - Uzmanlar her bir sorunun gerekli olup olmadığını değerlendirir. Her bir soru için, uzmanların en az yarısı gereklidir demiş olmalı, içerik geçerliliği için.

- Uzman değerlendirmeleri. Test geliştirildikten sonra uzmanlara danışılır. Uzmanlar her bir sorunun uygunluğunu değerlendirir.

## 3.2 Yapı Geçerliliği

Testin, bir teorik yapıyı ölçme derecesidir. Altta yatan belirli bir teoriye dayanarak geçerleme yapılır. Teori, belirli bir yapıda, belirli bazı davranışların gözlemlenmesi gerektiğini söyler. Yapı geçerlemesi için, teorinin öngördüğü davranışlarla, testin puanları arasındaki ilişki tespit edilir.
Eğer yapı geçerliliğinin sunduğu kanıtları doğru kabul ediyorsanız, bu durumda teorinin yapıyla ilgili tanımını doğru kabul etmeniz gerekir.
Yapı, teorik anlamda var olan özelliklerdir. Fiziksel anlamda varlıkları yoktur. Bununla birlikte yapının sebep olduğu olayları gözlemleyebiliriz.
Örneğin, yer çekimi kuvvetini ele alalım. Yer çekimi kuvvetini göremeyiz. Ama bu kuvvetin etkilerini görebiliriz.
Yapıyla ilgili tanımlar kişiden kişiye, uzmandan uzmana değişir.
Yapı tanımlama adımları:

- Yapıyla ilişkili davranışları belirleyin. Ne kadar çok belirlerseniz o kadar iyi.

- Yapıya ilişkisi olabilecek yapıları tespit edin. Bu yapının sınırlarını belirleminize yardımcı olur.

- Benzer ve farklı yapılarla ilişkili davranışları tespit edin. Bu davranışların ölçülen yapıyla ilgisi olup olmadığını değerlendirin.

Yapı kümelerinin arasındaki ilişkilerin detaylı bir tarifini bitirdiğinizde, kanuni (nomolojik) şebekeyi kurmuş oluyorsunuz. Kanuni şebeke, yapıların diğer yapı ve davranışlarla ilişkilerini gösterir. Bu şebeke yapıyı az ya da çok oranda taşıyan kişilerin davranışlarıyla ilgili hipotezleri test etmede başlangıç noktası olur.

**Yapı Geçerliliği için Kanıt Toplamak** Yapı geçerliliği için bilimsel kanıt toplamanın iki yolu vardır:

- Teorik kanıt toplamak:
  - Kanuni şebeke oluşturmak
  - Deneysel hipotezler oluşturmak

- Psikometrik kanıt toplamak:
  - Güvenilirlik kanıtı

- Yakınsak (convergent) ve ayrık (discriminant) geçerlilik
- Çok özellikli ve çok yöntemli tasarım (Multitrait multimethod design)
- Deneysel müdaheleler

**Yakınsak ve Ayrık Geçerlilik** Bir test yapısal geçerliyse, bu durumda test puanlarının aynı yapıyı ölçen diğer test puanlarıyla ilişkili olması gerekir. Bu sağlanıyorsa, ters yakınsak geçerlidir.
Yakınsak geçerlilik bunun tersi. Eğer iki yapı birbiriyle ilgili değilse, bu iki yapıya ait test puanları arasında korelasyon bulunmamalı.

**Çok özellikli ve çok yöntemli tasarım** Yakınsak ve ayrık geçerliliği ve güvenilirliğe ait kanıtları toplama ihtiyacını birleştiren bir yöntemdir. Teorik olarak birbiriyle ilgisiz 3 yapıyla ilgili 3 farklı test tipini (maksimum performans, yansıtmacı ve akran incelemesi) uygulayarak bu kavramları ölçersin. Her kişiye bu testleri uygularsın, dolayısıyla her kişiyle ilgili 9 puanın olur. Bu puanlardan korelasyon matrisi oluşturursun. Matris simetriktir, her bir kolon ölçülen metot ve yapı kombinasyonunu temsil eder.

## 3.3 Faktör Analizi (FA)

Birbiriyle ilişkili çok sayıda değişken veya test/ölçek maddesinin korelasyonlarına dayalı bir tekniktir. FA korelasyon matrisini daha küçük sayıdaki gizli boyutlara dönüştürür, bunlara faktör ismi verilir.
FA araştırmacıların yapı geçerliliği çalışmalarını genişletmiştir. FA yoluyla testin ölçtüğü yapının altında yatan faktörler incelenir. Buna onaylayıcı FA denir.
FA kullanarak test geliştiriciler araştırılan yapının altında yatan teoriyi ele alarak, testin içereceğini bekledikleri altta yatan faktörleri ortaya çıkarırlar. Test geliştiricileri FA'yı kullanarak öngördükleri faktörlerin gerçekten varolup olmadıklarını araştırırlar. Eğer faktörler mevcutsa, bu durum yapı geçerliliği için iyi kanıt sayılır.

**Örnek** 50 soruluk bir testle 100 sorunlu gencin özdenetim özelliğini ölçmeye çalıştığımızı varsayalım. Literatür araştırması yapıyoruz ve genç özdenetiminin altında en az 3 özelliğin yattığını buluyoruz. Bunlar tepkisellik, benmerkezcilik ve fiziksel etkinlik düzeyleri olsun. Kullandığımız testin yapı geçerliliği olması için, FA çalışması yapıyoruz ve test örnekleminden 3 faktör çıkıp çıkmadığını kontrol ediyoruz.
Faktörler nasıl oluşuyor? Faktörler her bir test sorusunun diğer test sorularıyla ilişkilerinin belirlenmesiyle ortaya çıkar. Test soruları kendi içlerinde gruplar oluşturur. Bunlar faktörleri şekillendirir. Bu faktörler, araştırılan özelliği ölçen soruların altında yatan özelliğe ait farklı boyutlardır.
Kendi içlerinde kümelenmiş sorulara bakarak, faktörleri isimlendirebilirsiniz.

İsimler, bu kümelenmiş soruların içeriğine dayanır. Kümelenmiş sorular kendi içlerinde yüksek korelasyona sahiptir.
Faktör analizi yapmanın birden çok yolu vardır. Bu yollar temel varsayımlara bağlı olarak değişir.

# Part IV
# Faktör Analizi

## 3.4 Faktör Analizinin Özellikleri

Kaynak olarak `http://xnet.rrc.mb.ca/tomh/factor_analysis.htm` sayfasındaki notları kullandım.
Faktör analizi, bir testin çok sayıda değişken içermesi durumunda kullanılır. Değişken nedir? Mesela, bir anketteki soruların her biri bir değişken sayılabilir. Faktör analizi, hangi değişkenlerin bir grup (küme) oluşturduğunu gsterir. Bu grupların her biri bir faktördür. Orjinal değişkenlerin faktöre olan görece bağlantısına, değişkenin faktör yük değeri (factor loading) denir. Değişkenlerin bütün faktörler üzerinde yük değeri vardır, ama genellikle, özellikle bir faktör üzerinde yüksek yük değeri bulunur. Faktör yükleri, -1'den (faktörle tam negatif bağlantı) +1'e (tam pozitif korelasyon) kadar değişir.
Faktör analizi farklı amaçlar için kullanılabilir:

- Çok sayıdaki değişkeni, az sayıda değişkene indirgemek.
- Principal component factörlerle en yüksek korelasyonlara sahip orjinal değişkenlere dayanarak, büyük bir kümeden bir değişkenler altkümesi seçmek.
- Multicollinearity bulunan değişkenlerden, korelasyonu bulunmayan değişkenler elde etmek. (Çoklu regresyon için)
- Bir ölçeğin geçerliliğini ispatlamak için. Ölçeğin bileşen maddelerinin aynı faktör üzerinde yük değeri oluşturduğunu göstermek ve birden çok faktöre yük dağıtan soruları çıkartmakla.
- Farklı testlerin aynı faktörü ölçtüğünü kanıtlamak için.
- Vaka ve istisna kümelenmelerini tespit etmek için.

İki tür faktör analizi vardır:

- Keşifçi faktör analizi (Exploratory factor analysis (EFA)) Büyük bir değişkenler kümesinin altında yatan yapıyı keşfetmeye çalışır. Araştırmacının ön varsayımı, herhangi bir göstergenin bir faktörle bağıntılı olabileceğidir. En yaygın faktör analizi yöntemidir.
- Onaylamacı faktör analizi (Confirmatory factor analysis (CFA)) Faktör sayısının ve değişkenlerin faktör yüklerinin kurulu teoriye uygunluğunu

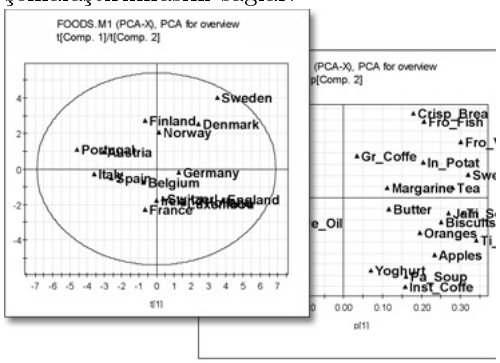
belirlemeyi amaçlar. Gösterge değişkenler, kurulu teoriye göre seçilir. Faktör analizi, tahmin edilen faktör sayısının beklendiği gibi bu değişkenler tarafından oluşturulup oluşturulmadığını görmek için kullanılır.

## 3.5 Ana Komponent Analizi (Principal Component Analysis) - Sezgisel

Ana komponent analizi, faktör analizi yapmak için kullanılan iki yöntemden biridir. Diğeri ortak faktör analizidir.
Kaynak: `http://www.umetrics.com/default.asp/pagename/methods_MVA_intro/c/1`
Aşağıdaki tablo farklı Avrupa ülkelerindeki çeşitli gıdaların tüketim miktarlarını gösteriyor.

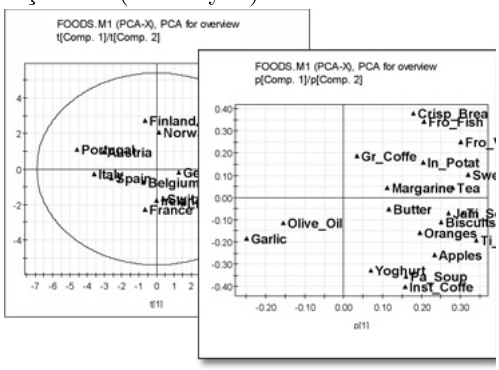
| Country | Gr_C | Inst | Tea | Swee | Biscu | Pa_S | Ti_S | In_P | Fro_ | Fro_ | Apple | Oran |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Germany | 90 | 49 | 88 | 19 | 57 | 51 | 19 | 21 | 27 | 21 | 81 | 75 |
| Italy | 82 | 10 | 60 | 2 | 55 | 41 | 3 | 2 | 4 | 2 | 67 | 71 |
| France | 88 | 42 | 63 | 4 | 76 | 53 | 11 | 23 | 11 | 5 | 87 | 84 |
| Holland | 96 | 62 | 98 | 32 | 62 | 67 | 43 | 7 | 14 | 14 | 83 | 89 |
| Belgium | 94 | 38 | 48 | 11 | 74 | 37 | 23 | 9 | 13 | 12 | 76 | 76 |
| Luxembourg | 97 | 61 | 86 | 28 | 79 | 73 | 12 | 7 | 26 | 23 | 85 | 94 |
| England | 27 | 86 | 99 | 22 | 91 | 55 | 76 | 17 | 20 | 24 | 76 | 68 |
| Portugal | 72 | 26 | 77 | 2 | 22 | 34 | 1 | 5 | 20 | 3 | 22 | 51 |
| Austria | 55 | 31 | 61 | 15 | 29 | 33 | 1 | 5 | 15 | 11 | 49 | 42 |
| Switzerland | 73 | 72 | 85 | 25 | 31 | 69 | 10 | 17 | 19 | 15 | 79 | 70 |
| Sweden | 97 | 13 | 93 | 31 | | 43 | 43 | 39 | 54 | 45 | 56 | 78 |
| Denmark | 96 | 17 | 92 | 35 | 66 | 32 | 17 | 11 | 51 | 42 | 81 | 72 |
| Norway | 92 | 17 | 83 | 13 | 62 | 51 | 4 | 17 | 30 | 15 | 61 | 72 |
| Finland | 98 | 12 | 84 | 20 | 64 | 27 | 10 | 8 | 18 | 12 | 50 | 57 |
| Spain | 70 | 40 | 40 | | 62 | 43 | 2 | 14 | 23 | 7 | 59 | 77 |
| Ireland | 30 | 52 | 99 | 11 | 80 | 75 | 18 | 2 | 5 | 3 | 57 | 52 |

Bu tablodaki verilere baktığımızda belirgin bir ayrışma göremiyoruz. Bu insanın bilişsel becerileriyle ilgili bir durum. İnsan zihni, çok sayıdaki sayısal veriyi sezgisel olarak anlamlandıracak yapıda değildir. Zihin görsel bir şekilde düzenlenmiş veriyi daha kolay anlayabilir.
Ana komponent analizi, bu tablodaki verilerin birbirinden ayrı kümeler halinde şemalaştırılmasını sağlar.



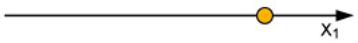

Yukarıdaki şemada, önceki tablodaki verilerin ana komponent analizi sonrasında

ortaya çıkarılmış şeması görünüyor. İki eksen var. Bu eksenler, matristeki değişkenlerden (bu örnekte farklı gıda çeşitleri) çıkartılmış iki ana komponente karşılık geliyor. Dikkat ederseniz, ülkeler belirli kümeler halinde toplanmışlar. Yakından baktığımızda, kuzey ülkelerinin kendi içlerinde, Akdeniz ülkelerinin kendi içlerinde kümelendiğini görürüz. Bu haritaya (map) puan şeması (score plot) denir.
Bu haritayı inceledikten sonra, neden bu ülkelerin kendi içlerinde gruplandığını öğrenmek isteriz. Bu bilgi, ikinci bir şemadan, yük şemasından (loading plot), çıkar. Yük şeması, her bir değişkenin (gıda çeşidinin) ana komponentlerle olan ilişkisidir (korelasyon).

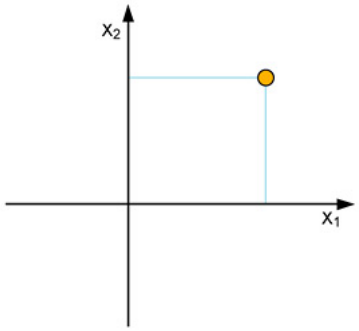



Dikkat ederseniz, bazı gıdalar kendi içlerinde kümelenmiş durumdalar. İskandinav ülkelerinde çok tüketilen dondurulmuş balık, patates gibi gıdalar bir köşede, Akdeniz ülkelerinde tüketilen sarımsak, zeytin gibi gıdalar diğer köşede.
Bir tablodaki sayıları puan ve yük şemalarına dönüştürmek için yansıtma (projection) yapılır. Her bir değişkeninde ölçülmüş verileri önce tek eksen üzerinde gösterelim

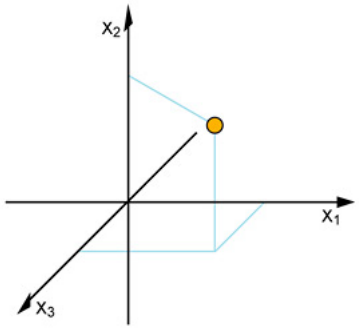
| Country | Cr_Br | Fro_F | Gr_C | Oran | Biscu | In_P | Tea | In_C | Fro_S | Fro_A | Apple | Chee | M_Ch | Olive | Garli | Butte | Marg | Cook | Yogh | Cola |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Germany | 90 | 49 | 88 | 19 | 57 | 51 | 19 | 21 | 27 | 21 | 61 | 75 | 44 | 71 | 22 | 91 | 85 | 74 | 30 | 26 |
| Italy | 82 | 10 | 40 | 2 | 55 | 41 | 3 | 2 | 4 | 2 | 67 | 71 | 9 | 46 | 80 | 66 | 24 | 94 | 5 | 18 |
| France | 88 | 42 | 43 | 4 | 76 | 53 | 11 | 23 | 11 | 5 | 87 | 84 | 40 | 45 | 88 | 94 | 47 | 36 | 57 | 3 |
| Holland | 96 | 62 | 98 | 32 | 62 | 67 | 43 | 7 | 14 | 14 | 83 | 89 | 61 | 81 | 15 | 31 | 97 | 13 | 53 | 15 |
| Belgium | 94 | 38 | 48 | 11 | 74 | 37 | 23 | 9 | 13 | 12 | 76 | 76 | 42 | 57 | 29 | 84 | 80 | 83 | 20 | 5 |
| Luxembourg | 97 | 61 | 86 | 28 | 79 | 73 | 12 | 7 | 26 | 23 | 85 | 94 | 83 | 20 | 91 | 94 | 94 | 84 | 31 | 24 |
| England | 27 | 66 | 99 | 22 | 91 | 55 | 76 | 17 | 20 | 24 | 76 | 68 | 89 | 91 | 11 | 95 | 94 | 57 | 11 | 28 |
| Portugal | 72 | 26 | 77 | 2 | 22 | 34 | 1 | 5 | 20 | 3 | 22 | 51 | 8 | 16 | 89 | 65 | 78 | 92 | 6 | 9 |
| Austria | 55 | 31 | 61 | 15 | 29 | 33 | 1 | 5 | 15 | 11 | 49 | 42 | 14 | 41 | 51 | 51 | 72 | 20 | 13 | 11 |
| Switzerland | 73 | 72 | 85 | 25 | 31 | 69 | 10 | 17 | 19 | 15 | 7[illegible] | [illegible] | 16 | 61 | 64 | 82 | 49 | 61 | 48 | 30 |
| Sweden | 97 | 13 | 93 | 31 | | 43 | 43 | 39 | 54 | 45 | 5[illegible] | 78 | 33 | 75 | 9 | 68 | 32 | 40 | 2 | 93 |
| Denmark | 96 | 17 | 92 | 35 | 66 | 32 | 17 | 11 | 51 | 42 | 8[illegible] | [illegible] | 20 | 64 | 11 | 92 | 91 | 30 | 11 | 34 |
| Norway | 92 | 17 | 83 | 13 | 62 | 51 | 4 | 17 | 30 | 15 | 61 | 72 | 34 | 51 | 11 | 63 | 94 | 28 | 2 | 62 |
| Finland | 98 | 12 | 94 | 20 | 64 | 27 | 10 | 8 | 18 | 12 | 50 | 57 | 22 | 37 | 15 | 96 | 94 | 17 | | 64 |
| Spain | 70 | 40 | 40 | | 62 | 43 | 2 | 14 | 23 | 7 | 59 | 77 | 30 | 38 | 86 | 44 | 51 | 91 | 16 | 13 |
| Ireland | 30 | 52 | 99 | 11 | 80 | 75 | 18 | 2 | 5 | 3 | 57 | 52 | 46 | 89 | 5 | 97 | 25 | 31 | 3 | 9 |



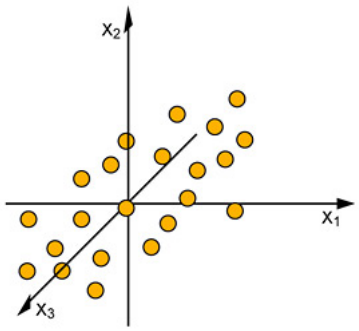

İki değişkenle, bu veriyi göstermek:



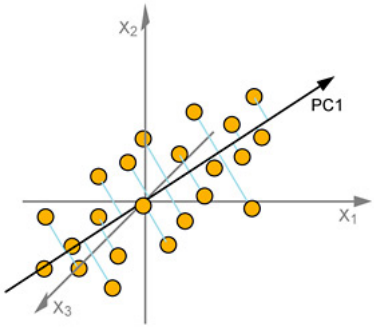

Üç değişken:



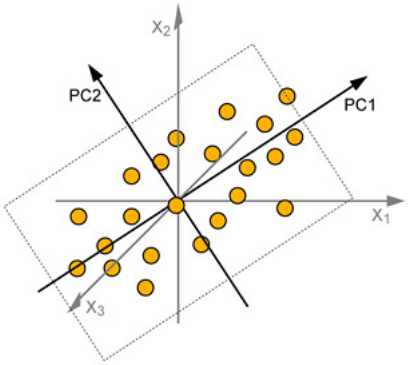

Üç değişkenden fazlasını görselleştirmek mümkün değil. Ancak matematiksel olarak aynı mantıkla incelemeye devam edilir. Bizim durumumuzda 20 değişken var. Bütün verileri 20 boyutlu uzayda çizdiğimizde, bu veriler uzaya kümeler oluşturacak şekilde dağılır:



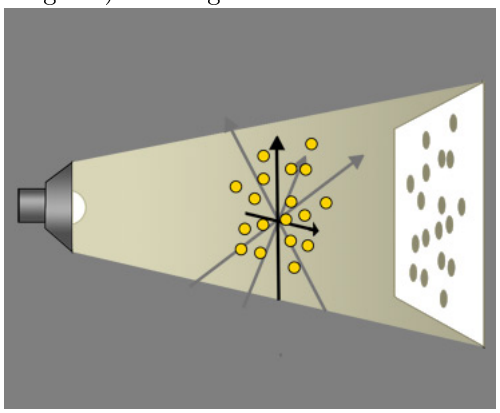

Şimdi bu noktaların içinden en yüksek değişkenlik (variation) yönünde geçen bir eksen çizelim.



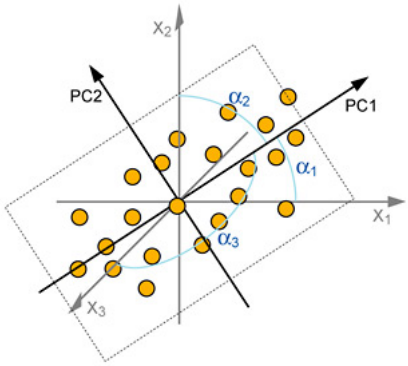

İşte bu eksen birinci ana komponenttir. Bu eksen, verideki değişkenliği en çok




açıklayan eksendir.
Aynı şekilde verideki değişkenliği açıklayan bir sonraki ekseni çizeriz. Ancak bu eksen, ilk eksenden bağımsız olması gerekir. Bu yüzden ilk eksene dikey (orthogonal) olması gerekir.



Şimdi verilerin her iki eksene göre yansımalarını okuruz. Bu değerler, tıpkı en optimal yere yerleştirilmiş bir ışık kaynağından 3 boyutlu uzaydaki noktaları, duvara yansıtmak gibidir.




Yansıtma sırasında orjinal değişkenlere ne oldu? Orjinal değişkenlerle, yeni ana komponentler arasındaki ilişkiyi, aralarındaki açıyla ölçebiliriz. Aralarındaki açı ne kadar küçükse, değişkenin komponent üzerindeki etkisi o kadar yüksektir. Dikey bir açı, hiç ilişki olmadığı anlamına gelir.

# 4 Ana Komponent Analizi ve Faktör Analizinin Uygulanışı

Kaynak: Using Multivariate Statistics, Tabachnick ve Fidell.

## 4.1 Amaç ve Tarif

Faktör analizi (FA), iki yolla yapılır: ana komponent analizi ve (ortak) faktör analizi.
Faktör analizi, çok sayıdaki değişkeni girdi olarak alır ve birbirinden bağımsız değişken grupları oluşturur.
Grup içinde birbiriyle ilişkili, grup dışında büyük oranda birbirinden bağımsız değişken kümelerine faktör denir. PCA'da (ana komponent analizi) buna komponent denir. FA'da ise faktör. Her ikisi aynı şeydir.
Örneğin öğrenci kişilik özelliklerini (faktör) araştırıyoruz: motivasyon, entellektüel beceri, aile geçmişi... Çok sayıda değişken (madde) tanımlıyoruz. Bu değişkenlerin bir kısmı birleşerek entellektüel beceri faktörünü ölçer. Bir kısmı motivasyonu ölçer. Bu çok sayıdaki değişken, bizim bağımsız değişkenlerimiz (IV: independent variable), faktörlerimiz ise bağımlı değişkenlerimiz (DV) olur.
FA'nın amaçları:

- gözlemlenmiş değişkenlerin içinde korelasyon kalıplarını (pattern) çıkartmak
- gözlemlenmiş değişkenleri az sayıda faktöre indirgemek
- gözlemlenmiş değişkenleri kullanan bir operasyonel tanım (regresyon denklemi gibi) oluşturmak

- bir teoriyi test etmek

FA'nın adımları:

- değişken kümesini ölçmek
- korelasyon matrisi hazırlamak
- korelasyon matrisinden faktör kümesi çıkartmak
- yorumlanabilirliği artırmak için faktörleri döndürmek (rotate)
- faktörleri yorumlamak

İyi bir FA akla yatkın sonuçlar üretir.
Faktör yorumlaması uygunsa, son ve büyük adım, faktörlerin yapı geçerliliğini yapmaktır. Araştırmacı, faktörlerin (yani gizli değişkenlerin: latent variable) diğer değişkenlerle birlikte değiştiğini (covary) gösterir. Veya teorinin öngördüğü gibi gizli değişken puanlarının deneysel koşullarla değiştiğini gösterir.
FA'da sorunlar:

- Bir sorun, çözümün test edilebileceği|ir kriter değişkeninin bulunmayışıdır. Regresyon analizinde, DV bir kriterdir. Dolayısıyla gözlemlenen ve öngörülen DV arasındaki farklar, çözümün testinde kullanılır. FA'da böyle çözümün test edileceği, harici bir kriter yoktur.
- İkinci sorun, faktörlerin çıkartılmasının ardından sonsuz döndürme seçeneği bulunmasıdır. Nihai tercih, araştırmacının yorumlanabilirlikle ve bilimsel faydayla ilgili değerlendirmesidir. Dolayısıyla araştırmacıların, en iyi sonuçla ilgili sonuçları farklı olur.
- ??? (Kendi sorum) Her bir maddenin (bağımsız değişken) sadece tek bir faktörle ilişkili olması, diğerleriyle ilişkisiz olması varsayımı da bana pek anlamlı gelmiyor...
- Üçüncü sorun, FA'nın bazen kötü tasarlanmış bir araştırmayı kurtarmak için uygulanmasıdır. FA düzensizlikten, görünür bir düzen çıkartabilir. Bu gücünden dolayı FA'nın bilimsel itibarı sarsılmıştır.

İki tip FA vardır:

- Keşifçi FA (EFA: exploratory factor analysis): İlişkili değişkenler gruplanarak veri tarif edilir. Akılda altta yatan yapıya dair bir fikir yoktur. Araştırmanın ilk aşamalarında, altta yatan yapıyı keşfetmek için kullanılır. (Not: genellikle altta yatan yapı kavramı yerine metinlerde underlying process ifadesi kullanılmış. Benim bu ifadeden anladığım, sebep sonuç ilişkilerine dair aklımızdaki teori.)
- Onaylamacı FA (CFA: confirmatory fa): Bu çok daha karmaşık bir tekniktir. Araştırmanın ileri aşamalarında kullanılır. Değişkenler altta yatan yapıyı ortaya çıkarmak üzere dikkatlice seçilir. Onaylamacı FA, yapısal denklem modellemesiyle yürütülür çoğu zaman.

Korelasyon matrisleri:

- Gözlemlenmiş (observed) korelasyon matrisi: Gözlemlenmiş değişkenlerin korelasyon matrisidir.
- Üretilmiş (reproduced) korelasyon matrisi: Faktörlerden üretilmiş, (bağımsız değişkenlere ait) korelasyon matrisi.
- Fark (residual) korelasyon matrisi: Üretilmiş ve gözlemlenmiş matrislerin arasındaki fark. İyi bir FA'da fark matrisinin değerleri küçük olur, yani üretilmiş matris, gözlemlenmiş matrise yakın olur.

İki tip döndürme (rotation) vardır: Dik (orthogonal) ve eğik (oblique). Dik döndürmenin sonucunda (faktörler birbirinden bağımsızdır), yük (loading) matrisi üretilir. Bu gözlemlenmiş değişkenlerle faktörlerin korelasyonlarını gösterir. Eğik döndürmede çok sayıda ek matris üretilir:

- Faktör korelasyon matrisi: faktörlerin arasındaki korelasyonlar
- Yük matrisi, iki matrise bölünür:
  - Faktörler arası korelasyonların yapı (structure) matrisi
  - Faktör-değişken arası tekil ilişkilerin kalıp (pattern) matrisi

Ayrıca her iki döndürme için, faktör-puan katsayı (factor-score coefficients) matrisi vardır. Bu matris, gözlemlenmiş puanlardan, faktör puanlarını tahmin eder, regresyon denklemi gibi.
CFA (common factor analysis) ve PCA süreç olarak birbirlerine benzerler. Aralarında iki fark vardır:

- Matematiksel fark: PCA gözlemlenmiş değişkenlerin bütün varyansını inceler. CFA sadece ortak varyansı inceler. Hata ve değişkenlere has varyansları eleyen teknikler uygular.
- Teorik fark: CFA'da faktörler değişkenlerin sebebi olarak düşünülür. EFA teori geliştirmede, onaylamacı faktör analizi teori testiyle ilgilenir. PCA'da ise, komponentlerde sebep-sonuç ilişkisi yoktur. Komponentler sadece ilişkili değişkenlere ait bir gruplamadır.

## 4.2 Önemli Araştırma Konuları

- Faktör sayısı: Hangi faktörler dahil edilmeli?
- Faktörlerin doğası: Faktörlerin anlamı nedir? Nasıl yorumlanmalı? Anlamlı mı?
- Faktörlerin önemi: Değişkenlikteki payları ne kadar?
- Test teorisi: Beklenen faktörlerle, elde edilenlerin uyumu nasıl? Bunlara ilişkin hipotezler neler?
- Faktörleri kullanarak puan tahmini: Faktörler doğrudan ölçülecek olsaydı, deneklerin puanları kaç olurdu?

## 4.3 Sınırlar

**Teorik Meseleler** Çoğu FA uygulaması keşfetme amaçlıdır. Bu durumda, faktör sayısı, döndürme şeması gibi kararlar teorik değil, pratik kriterlere dayanır. Faktör analizi amaçlı araştırmaların kritik adımları:

- Araştırmacı, ilgil alanının altında yatan faktörlerle ilgili hipotezler tanımlar. Araştırma 5-6 faktör içerecek kadar geniş olmalı ki, çözüm istikrarlı olsun. Yani anketin farklı bir örneklemde uygulanmasında, benzer faktörler ve yükler elde edilebilsin.

- Gözlemlenecek değişkenlerin seçimi: Her faktör için 5-6 değişken gerekir. Her bir faktörün görece saf ölçüleri (pure measure) olmalı. Saf ölçülere işaretleyici değişkenler (marker variables) denir. Bunlar döndürme tekniğinden bağımsız olarak sadece bir faktörle ilişkilidir. Bunların faydası, faktörün doğasını açıkça tanımlayabilmeleridir. Bunları ortaya çıkardıktan sonra gerekirse, arada kalan değişkenler eklenebilir.

- Değişkenlerin karmaşıklığı ele alınmalı: Karmaşıklık (complexity), bir değişkenin ilişkili olduğu faktörlerin sayısıdır. Saf değişkenler bu değer 1 olur. Karmaşık değişkenlerde 1 üzeridir. Benzer karmaşıklık seviyesindeki değişkenler birbiriyle korelasyona sahip olur. Bunun sebebi her zaman altta yapan yapı değildir. İlişkinin sebebi karmaşıklık seviyesidir. Bu yüzden bu ilişkiler yanıltıcıdır. Bu durumdan kaçınmak gerekebilir.

- Örneklem seçimi: Örneklemdeki denekler faktör puanlarına göre dağınık bir yapıya sahip olmalı. Aksi taktirde faktörler ortaya çıkmaz.

- Tekrarlar (replicate): Farklı zamanlarda testin tekrarlanması yanıltıcı olabilir. Denekler, deneyimden kaynaklanan bir öğrenmeden dolayı farklı puanlar elde edebilir.

- Örneklemlerin farklılıkları: Belirli bir kritere göre (örneğin sosyo-ekonomik seviye) göre ayrılmış denekler, farklı faktörlere sahip olabilir. Bu yüzden çok fazla farklılaşma testin kapsamının büyümesine sebep olur.

**Pratik Meseleler** Örneklem boyutu: Ne kadar büyük olursa, FA'da elde edilen korelasyonlar o kadar güvenilir olur. FA için en az 300 denek olması genel kuraldır. Ancak örneklem büyüklüğü aynı zamanda, faktör sayısı, yüksek yüklü işaretçi değişkenlerin miktarı gibi başka özelliklere de bağlı.
Eksik veri bulunması durumunda, çeşitli stratejiler var:

- eksik veriler tahmin edilir

- eksik verinin bulunduğu vaka tümüyle silinir

- eksik verinin eşleştirilmiş korelasyon matrisi incelenir

Bu yöntemlerin nasıl uygulanacağı detaylı birer konu.

- Normallik: Faktör sayısı istatistiksel çıkarımlarla belirlenecekse, çok değişkenli (multivariate) normallik varsayımı şarttır.
- Lineerlik: Çok değişkenli normallik, değişken çiftlerinin arasındaki ilişkilerin lineer olmasını gerektirir. Lineerliğin sağlanması, saçılma grafiğiyle (scatter plot) ile belirlenir.
- İstisnalar: Bunlar tespit edilmeli ve etkisi azaltılmalı.
- Çoklu birlikte doğrusallık (Multicollinearity) ve Tekillik (Singularity): PCA'da çoklu birlikte doğrusallık sorun değil. Ancak FA'nın diğer biçimlerinde bu bir sorun. SMC ile tespit edilir. SMC 1'e yakınsa çoklu birlikte doğrusallık vardır, 1 ise tekillik vardır. Buna sebep olan değişken, veri kümesinden çıkarılmalı.

- R'nin faktörlere ayrıştırılabilirliği (factorability): Faktörlere ayrıştırılabilmesi için, değişkenlerin arasındaki korelasyonlar büyük değerlere sahip olmalı. Ancak hangi değerlerin yeterince büyük kabul edildiği örneklem boyutuna bağlıdır. Hiçbir korelasyon .3'ü geçmiyorsa, FA'nın kullanımı tartışmalıdır.
  İki değişken (bivariate) arasında yüksek korelasyon olması yeterli değil. İki değişken ilişkili olabilir, ama bu ilişki altta yatan bir yapıdan kaynaklanmaması mümkün. Bu yüzden, kısmi korelasyon matrisi (partial correlation) incelenmeli. Burada iki değişkenli korelasyonlar, diğer değişkenlerin de etkileriyle düzeltilmiştir.
  Bartlett'in küresellik (sphericity) testi, korelasyonun 0 olduğunu test eder.

- İstisna Değişkenler: Bazı değişkenler ilk faktörlerle ilişkisizdir, fakat sonradan çıkan faktörlerle ilişkilidir. Bu sonradan çıkartılmış faktörler, genellikle güvenilir değildirler. Çünkü varyansın çok az bir kısmını açıklarlar ve sadece bir veya iki edğişken tarfından tanımlanırlar. Bu yüzden istikrarlı değildirler. Yani farklı örneklem gruplarında bu faktörler kaybolur. Bu yüzden gerçeklikleri şüphelidir.
  Eğer bir iki değişken tarafından tanımlanan faktörün karşıladığı varyans yüksekse birkaç ihtimal var: Ya önemli bir faktör keşfedilmiştir, bunun araştırılması gerekir. Ya da hata varyansıdır, ama bunun ek araştırmayla açıklanması gerekir. Diğer değişkenlerle düşük SMC'ye sahip, önemli faktörlerle düşük korelasyona sahip değişkenler istisna sayılır. Bunların silinmesi gerekir.

# 5 Faktör Analizindeki Temel Denklemler ve Matrisler

Matrislerin hesaplanması için kullanılan hesaplamalar ve formüller , bunların anlamıyla ilgili önemli bir içgörü sunmadığından bunları atlıyorum. FA ve

PCA'daki önemli matrisler şunlardır:

| Sembol | Adı | Boyut | Açıklama |
|---|---|---|---|
| R | Korelasyon matrisi | $p \times p$ | Değişkenler arası korelasyonlar |
| Z | Değişken matrisi | $N \times p$ | Standartlaştırılmış gözlemlenmiş değişken puanları |
| F | Faktör puanları matrisi | $N \times m$ | Faktörler üzerinde standartlaştırılmış puanlar |
| A | Fakör yük matrisi<br>Örüntü matrisi | $p \times m$ | Her faktörün her değişkendeki varyansa katkısının ağır |
| B | Faktör puanı katsayıları matrisi | $p \times m$ | Değişkenlerden faktör puanlarını oluşturan ağırlıklar n |
| C | Yapı matrisi | $p \times m$ | Değişkenlerle faktörlerin korelasyonları |
| $\Phi$ | Faktör korelasyon matrisi | $m \times m$ | Faktörler arası korelasyonlar |
| L | Özdeğer matrisi | $m \times m$ | Özdeğerlere ait köşegen matrisi |
| V | Özvektör matrisi | $p \times m$ | Her bir özdeğere ait özvektörlerin matrisi |

$p =$ değişkenlerin sayısı
$n =$ deneklerin sayısı
$m =$ faktör sayısı

Dikkat ederseniz matrisler üç türlü: korelasyon matrisleri, puan matrisleri ve ağırlık matrisleri.
Faktör analizinin aşamaları şunlardır:

1. Çıkartma (extraction)
2. Dik döndürme
3. Ortaklıklar, varyans ve kovaryans
4. Faktör puanları
5. Eğik döndürme

## 5.1 Çıkartma

Öncelikle R matrisi köşegenleştirilir. Bunu yapmak için özvektör matrisleriyle önden ve arkadan çarpılır:

$$L = V'RV$$

V'nin sütunları özvektörlerdir. L'nin köşegen öğeleri de özdeğerlerdir. İlk özvektör, ilk özdeğere karşılık gelir.
Örnekte dört değişken bulunduğundan korelasyon matrisinin dört özdeğeri ve özvektörü bulunur. Ancak bunlardan özdeğeri 1 altı olanlar, FA açısından önemli değildir. 1 üstü özdeğerler, değişkenlerdeki varyansın önemli bir kısmını karşılıyordur.
Örnek:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Kayakçı | Maliyet | Lift | Kar Der. | Kar Tozu |
| 1 | 32.00 | 64.00 | 65.00 | 67.00 |
| 2 | 61.00 | 37.00 | 62.00 | 65.00 |
| 3 | 59.00 | 40.00 | 45.00 | 43.00 |
| 4 | 36.00 | 62.00 | 34.00 | 35.00 |
| 5 | 62.00 | 46.00 | 43.00 | 40.00 |

Bunun korelasyon matrisi R:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.00 | −0.95 | −0.06 | −0.13 |
| 2 | −0.95 | 1.00 | −0.09 | −0.04 |
| 3 | −0.06 | −0.09 | 1.00 | 0.99 |
| 4 | −0.13 | −0.04 | 0.99 | 1.00 |

Bu korelasyon matrisinin özdeğerler matrisi L:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2.02 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2 | 0.00 | 1.94 | 0.00 | 0.00 |
| 3 | 0.00 | 0.00 | 0.04 | 0.00 |
| 4 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

Karşılık gelen özvektörler V:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.35 | 0.61 | −0.66 | 0.24 |
| 2 | −0.25 | −0.66 | −0.68 | 0.20 |
| 3 | −0.63 | 0.32 | −0.28 | −0.65 |
| 4 | −0.65 | 0.28 | 0.17 | 0.69 |

Özvektörlerin kendi devriğiyle çarpımı birim matrisi verir:

$$V'V = I$$

$$\begin{pmatrix} 0.35 & \text{-0.25} & \text{-0.63} & \text{-0.65} \\ 0.61 & \text{-0.66} & 0.32 & 0.28 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.35 & 0.61 \\ \text{-0.25} & \text{-0.66} \\ \text{-0.63} & 0.32 \\ \text{-0.65} & 0.28 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Özdeğerlere sahip olduktan sonra FA işlemleri çok kolaylaşır:

$$\begin{aligned} R &= VLV' \\ R &= V\sqrt{L}\sqrt{L}V' \\ R &= (V\sqrt{L})(\sqrt{L}V') \end{aligned} \tag{5.1}$$

$V\sqrt{L}$ terimi A matrisini verir, dolayısıyla:

$$R = AA' \tag{5.2}$$

Denklem 5.2 FA'nın temel denklemidir. Bu denklem, korelasyon matrisinin faktör yük matrisinin kendisinin ve devriğinin çarpımı olduğunu ifade eder. Örnekte:

$$A = \begin{pmatrix} 0.35 & 0.61 \\ -0.25 & -0.66 \\ -0.63 & 0.32 \\ -0.65 & 0.28 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.42 & 0 \\ 0 & 1.39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.86 \\ -0.36 & -0.92 \\ -0.89 & 0.45 \\ -0.92 & 0.39 \end{pmatrix}$$

Faktör yük matrisi, faktörlerle değişkenlerin arasındaki ilişkiyi gösterir. Örnekte, 1. faktör 3 ve 4. değişkenlerle (kar yüksekliği, kar yumuşaklığı) ilişkili. 2. faktör 1 ve 2. değişkenlerle (maliyet, lift) ilişkili. Dolayısıyla ilk faktör kar koşullarını belirtir, ikinci faktör otel koşullarını belirtir. Bazı denekler kar koşullarına öncelik vermekte, bazıları otel koşullarına öncelik vermekte.
Faktörlerin yorumlanması her zaman bu kadar kolay olmaz. Bir faktörün kolay yorumlanabilmesi için, bazı değişkenlerle yüksek ilişkili olmalı, ancak diğerleriyle düşük ilişkili olması gerekir.

## 5.2 Dik Döndürme

Döndürmenin amacı yüksek ilişkileri çoğaltılması, düşük ilişkilerin daha da azaltılmasıdır. Çeşitli döndürme yöntemleri var, en çok kullanılanı *varimax* yöntemidir. Varimax varyans yükseltme yöntemidir. Varimax döndürmenin amacı faktör yüklerinin varyansını artırmaktır. Dönüştürme (transformation) matrisi $\Lambda$ ile gösterilir:

$$A_{\text{dndrlmemi}}\Lambda = A_{\text{dndrlm}}$$

Dönüştürme matrisinin öğeleri uzaysal bir anlama sahiptir. Belirli bir açının cos ve sin değerleridir:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \cos\Psi & -\sin\Psi \\ \sin\Psi & \cos\Psi \end{pmatrix}$$

## 5.3 Ortaklıklar, Varyans ve Kovaryans

Bir değişkendeki ortaklık, bir değişkendeki değişkenliğin bir faktör tarafından karşılanan kısmıdır. Ortaklık, bir değişken için bütün faktörlerdeki yüklerin karelerinin toplamıdır. Örneğin Maliyet değişkeni için ortaklık: $0.5^2 + 0.86^2 = 0.98$. Bu demek oluyor ki, Maliyet değişkenindeki varyansın %97'si faktör 1 ve faktör 2 tarafından karşılanıyor.
Bir faktörün tüm değişkenlerde karşıladığı varyans ise, bir faktöre ait yüklerin karelerinin toplamı bölü değişken sayısıdır. 1. faktör için: $(0.5^2+0.35^2+0.89^2+0.91^2)/4 = 0.5$. Dolayısıyla birinci faktör toplam varyansın %50'sini karşılıyor.
Dolayısıyla iki tane kavram var: faktör karelerinin toplamı (SSL:sum of squared loadings) ve ortaklıklar. SSL, faktöre ait bir varyansın karşılanma oranı, ortaklık değişkene ait varyansın karşılanma oranıdır.

| | Faktör 1 | Faktör 2 | Ortaklık |
|---|---|---|---|
| Maliyet | 0.50 | 0.86 | 0.98 |
| Lift | −0.36 | −0.92 | 0.98 |
| Kar Yüks. | −0.89 | 0.45 | 1.00 |
| Kar Yumuş. | −0.92 | 0.39 | 1.00 |
| SSL | 2.02 | 1.94 | 3.92 |
| Varyansın oranı | 0.50 | 0.49 | 0.98 |
| Kovaryansın oranı | 0.51 | 0.50 | 1.00 |

Kovaryansın karşılanma oranı, $SSL$/toplam ortaklık büyüklüğü.
Faktör puanı ağırlıkları B:

$$B = R^{-1}A$$

$$\begin{pmatrix} 0.25 & 0.44 \\ -0.18 & -0.48 \\ -0.44 & 0.23 \\ -0.46 & 0.20 \end{pmatrix}$$

Faktör puanlarını, değişken puanlarından tahmin etmek için:

$$F = ZB$$

Z standartlaştırılmış faktör puanlarıdır. Puanları standartlaştırmak için şu formül kullanılır:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

x ham puandır. z standart puandır.
F matrisi:

$$\begin{pmatrix} -1.53 & -0.59 \\ -0.50 & 1.23 \\ 0.67 & 0.46 \\ 0.58 & -1.36 \\ 0.79 & 0.25 \end{pmatrix}$$

Benzer şekilde faktör puanlarından, değişken puanlarını bulmak da mümkün:

$$Z = FA'$$

Bu analizi SPSS'de yapmak için:

- Analyze > Data Reduction > Factor
- İncelenecek değişkenleri ekle
- Descriptives > KMO and Bartletts test
- Extraction > Method = Principal Components , Scree Plot seçeneğini işaretle
- Rotation > Varimax
- Options > Sorted by size seçeneğini işaretle

# Part V
# Ölçek Seviyeleri

## 5.4 Likert Scales: Dispelling the Confusion

`http://ourworld.compuserve.com/homepages/jsuebersax/likert.htm`
Likert ölçeği (Likert scale), çok maddeli bir ölçektir. Tek maddeli bir anket, likert ölçeği sayılmaz.

İnsanlar Likert ölçeğini farklı anlamlarda kullanıyorlar. Likert ölçeği üzerinde uygulanabilecek istatistiksel yöntemlerle ilgili bir uzlaşma yok.

Likert ölçeğklerinin geliştirilme amacı, psikolojik tutumları bilimsel bir şekilde ölçmektir. Likert'ten önce Thurstone psikolojik olguların ölçümü için yöntemler geliştirmişlerdi, ancak bunlar tutum araştırmaları için uygun değildi.

Likert, önce maddeleri oluşturmak için çeşitli teknikler kullandı. Sonra bunların arasından geçerli, tek boyutlu (yani tek ortak bir özelliği ölçen) ve ayırt edici olanları seçti. Bütün bu yöntemler Likert ölçeklemesi anlamına geliyor. Fakat likert ölçeği, bundan daha genel olarak Likert tipi maddelerden oluşan her tür ölçek için kullanılır.

Likert yöntemine göre, bir kişinin tutumu, bütün maddelere verdiği cevapların birleştirilmesiyle (ya toplama ya da ortalama) ölçülür. Likert ölçeği şu özelliklere sahiptir:

1. Ölçek çok sayıda maddeden oluşur.
2. Cevap seviyeleri yatay olarak düzenlenir.
3. Cevap seviyelerine ardışık tam sayılar atanır.
4. Cevap seviyelerine aynı zamanda sözel etiketler atanır. Bunlar yaklaşık olarak eşit aralıklı derecelerdir.
5. Sözel etiketler, çift değerli ve simetriktir orta bir değer üzerinde.
6. Likert'in kullanımında, ölçek her zaman bir tutumu, belli bir hedef cümleye katılma/katılmama derecesine göre ölçer.

Bu özelliklere sahip ölçekler gerçek Likert ölçekleridir. Ancak çoğu zaman bütün bu özellikleri tamamını karşılamayan ölçekleri de Likert ölçeği olarak adlandırmak kabul edilmiştir. Özellikle Likert yöntemini, tutum ölçümü dışındaki alanlara da uygulamak kabul edilegelmiştir.

Likert maddeleri:
2-5 koşullarının hepsi sağlanıyorsa, maddeye Likert maddesi denir. 2-4 sağlanıyorsa, Likert-tipi madde denir. Mesela:

Sinemaya ne sıklıkta gidiyorsunuz? Hiç, bazen, arada bir, sık, çok sık.

Bu Likert-tipi maddedir, Likert maddesi değil. Çünkü cevap seviyeleri çift değerli değerli değil. Hiç'in olumlu karşılığı yoktur. Çok sık'ın tam karşıt değeri yoktur.

Şu madde ne Likert maddesidir, ne de Likert tipidir:

Ne sıklıkta sigara içiyorsunuz? Hiç, arada bir, günde 1-5, 5'ten çok.

Bu sadece sıralı bir kategori maddesidir.

**Kesik Görsel Analog Ölçekler:** Şu tip bir soru:

Bu yazılımı ne kadar faydalı buldunuz: Yararsız 1 2 3 4 5 6 7 Yararlı

Bu semantik farklılaştırılmış maddedir.

### 5.5 Veri Seviyeleri (Data Levels and Measurement)

`http://www2.chass.ncsu.edu/garson/PA765/datalevl.htm`
Ölçüm seviyeleri:

- İtibari veri (nominal data): sırası yoktur, sayıların kategorilere atanması tamamen keyfidir (örn. 1=doğu, 2=batı...). Sıra bulunmadığından aritmetik veya mantıksal (>,<) işlemler yapılamaz.
- Sıralı veri: sırası vardır, fakat ölçek seviyeleri arasındaki aralıklar eşit olmayabilir. Eşit uzaklık olmaması durumunda aritmetik işlem yapılamaz, fakat mantıksal işlem yapılabilir. Örneğin, sınıftaki not sıralaması.
- Aralıklı veri: sırası vardır, aralıklar eşittir.

## 6 Veri Tarama (Data Screening)

Chapter 3 Data Screening `http://www.sagepub.com/upm-data/6418_Chapter_3A_Meyers_I_Proof_2.pdf`

Amaç verinin kalitesinden emin olmak.

- Veri deneklerin cevaplarını yansıtıyor mu?
- Eksik veri var mı?
- Eksik verinin bir deseni var mı?
- Veride bir aşırılık veya beklenmediklik deseni var mı?
- Kullanılacak çok değişkenli tekniklerin varsayımlarını sağlıyor mu?
- Bazı varsayımlar ihlal ediliyorsa, ne yapılabilir?

Veri Temizleme
Her bir deneğin cevaplarının toplamına vaka (case) denir. Her bir vaka için, her değişken, meşru değerlere sahip mi? Bu değer makul mu?

Verinin Tarifi:

- Frekans Tabloları
- Histogram
- Skewness ve Kurtosis (meyillilik ve basıklık) Bu değerler, normallikten ne kadar uzak olunduğunu gösteriyor.
- Stem-and-Leaf
- Box-plot. Mesela 2,4,5,6, 64'ün ortalaması 16. Fakat burada ortanca değer 5, veriyi daha iyi tarif eder.
- Scatter plot Değişkenlerin aralarındaki ilişkiyi görmek için kullanılır.

Eksik Veri
Eksik verinin olmasının bir sebebi olabilir veya rastgele olabilir. Eğer rastgeleyse, sorun yok.
Desen bulma yolu: Bütün vakalar için, ve değişkenler için bir tablo oluştur. İki şeyi say: her vaka başına kaç veri eksik, her değişken başına kaç veri eksik.
Çok değişkenli teknikler tam dolu veri kümesi ister.
Vakaların azaltılması, araştırmanın dış geçerliliğini tehdit eder. Yüksek eksiklik oranına sahip değişkenlerin silinmesi, daha uygundur. Ama eğer bu değişken önemliyse, o zaman eksik verilerin tahmin edilmesi gerekir. Genellikle eksik veri oranı değişken bazına Verilerin rastgele dağılması. Mesela eksiklikler, belirli özelliklere sahip kişilerde yığılmış olabilir. Bu cevap vermemenin sistematik bir yapısı olduğunu gösterir. Dolayısıyla ihmal edilebilir değildir.

**Veri ekleme (imputation):**

**Ortalamayla değiştirme:** Değişkenin ortalamasıyla eksik verileri değiştirme. En yaygın ve muhafazakar yöntemdir.
Bu yöntem değişkenin varyansını azaltır. Bu yüzden analize ek bir sapma ekler. Eksik verilerin vakalar boyunca rastgele dağılması gerekir. Standart sapma büyükse, ortalama yanıltıcı olur. Düzeltme: alt grup ortalamasıyla değiştirme yapmak. Fakat bunun için alt grupları oluşturan veriler elimizde olmalı.

**Çoklu regresyon** Eksik verinin olduğu değişkenleri, diğer değişkenlerle tahmin ederiz. Çok değişkende eksiklik olabilir. Overfit edilebilir.

**Beklenti Ençoklama (Expectation Maximization)** Bu algoritmanın E aşamasında regresyon analiziyle eksik değerler tahmin edilir. Maksimum benzerlik prosedürüyle eksik veri ikamelerini kullanarak parametre tahmini yapar. Algoritma bu iki adımı ardışık bir şekilde defalarca tekrarlar ta ki, artık bir değişiklik meydana gelmeyinceye kadar. En iyi algoritma.